En quoi ma discipline contribue-t-elle à la formation fondamentale ?

Cécile D'Amour
Professeure de mathématiques
Cégep Ahuntsic

La formation fondamentale, voilà bien un beau sujet (à la mode !) qui cause un sérieux problème : comment faire pour que ce concept dépasse les vœux pieux et qu'il se traduise dans des actions concertées et cohérentes ? Une piste intéressante est ouverte par la question de la contribution de chaque discipline à la formation fondamentale. Dans le cadre d'une activité PERFORMA, tenue au collège de Maisonneuve, nous avons tenté de répondre à la question : nous étions plus de quinze, provenant d'une douzaine de disciplines et programmes. C'est à l'occasion de cette activité que j'ai cherché à préciser comment, dans la pratique, ma discipline contribue à la formation fondamentale car, comme l'écrivait une des participantes, « il est parfois des évidences qui le deviennent moins dès lors que l'on entre dans le champ des pratiques ».

Après un bref rappel de la définiton de l'expression « formation fondamentale », je suggérerai des pôles de réflexion pouvant servir à l'identification des concepts et principes de base à enseigner dans une discipline donnée, puis je présenterai des grandes habiletés fondamentales que, selon moi, les mathématiques peuvent aider à développer, ainsi que des stratégies pédagogiques appropriées.

La formation fondamentale : une définition en deux volets

Rappelons d'abord les deux volets de la formation fondamentale selon la définition donnée dans l'*Édition commentée du Règlement sur le régime pédagogique du collégial* : « la formation fondamentale se définit d'abord par son extension en ce sens qu'elle entend contribuer au développement intégral de la personne dans toutes ses dimensions » (volet 1) ; « ...la formation fondamentale se caractérise surtout par sa profondeur en ce sens qu'elle vise à faire acquérir les assises, les concepts et les principes de base des disciplines et des savoir-faire qui figurent au programme de l'étudiant... »[1]. (volet 2).

Le second volet : la profondeur

Quand on parle de formation fondamentale, on néglige souvent le second volet, on ne le mentionne que rapidement ou on l'oublie tout à fait. Comme si, du fait d'avoir, depuis vingt ans, centré l'enseignement collégial sur les contenus plus que sur l'acquisition d'habiletés ou d'attitudes, on avait automatiquement tenu compte adéquatement du second volet. C'est à mon

> *Le développement intégral de la personne...*
> *L'acquisition des assises, concepts et principes de base*
>
> *Une démarche d'enseignement applicable à toute discipline*

sens confondre ce volet de la formation fondamentale avec l'acquisition de connaissances alors qu'il demande beaucoup plus. En effet, faire acquérir les fondements des disciplines suppose qu'on les ait identifiés et qu'on organise l'enseignement autour de ces fondements, de telle sorte que les élèves puissent, d'une part, acquérir véritablement les concepts de base — ce qui passe par la compréhension et l'intégration plus que par la mémorisation — et, d'autre part, percevoir au moins minimalement en quoi ces concepts constituent les assises de la discipline. De plus, l'identification des assises et principes de base ne peut pas être faite une fois pour toutes : elle doit être révisée périodiquement en fonction de l'évolution des disciplines et des technologies ainsi que des influences multiples qui s'exercent sur l'enseignement : conceptions pédagogiques, théories de l'apprentissage, contexte social.

Remplir la commande du volet « profondeur » peut cependant faciliter l'enseignement : en effet, si on a bien cerné ce qui est fondamental dans une discipline ou un programme, on devrait se sentir moins écartelé et la pression à « passer le contenu», à « couvrir la matière » devrait être quelque peu réduite. Ayant identifié ce qui est fondamental (et donc, ce qui est secondaire), il devient plus facile d'élaguer le contenu, ce qui rend le travail plus léger pour les enseignants comme pour les élèves.

Je n'ai pas fini d'identifier les concepts fondamentaux et d'organiser mes cours autour de ceux-ci ; nous n'avons pas effectué cet exercice dans mon département non plus. Mais j'y réfléchis de façon intensive depuis deux ans et j'en suis venue à identifier **trois pôles d'identification des concepts fondamentaux**.
L'identification des savoirs fondamentaux **à l'intérieur de la discipline** est très utile sur le plan pédagogique car elle permet de mettre en lumière, de présenter plus clairement aux

élèves l'organisation de la matière enseignée : celle-ci est alors plus facilement assimilable que si elle se présente comme une séquence de notions ou méthodes, toutes plus ou moins de même importance. Dans cet exercice, il ne faut toutefois pas oublier que l'organisation qu'on fait de la matière enseignée a pour but de faire saisir aux élèves qui sont en cours d'apprentissage comment la matière se structure, en mettant l'accent sur la construction des connaissances ; il ne s'agit pas tant de présenter le regard qu'on peut porter sur un objet de connaissances lorsqu'on en a complété l'étude (une organisation pour soi) que d'organiser la matière pour les élèves et de mettre ceux-ci sur la voie de se donner leur propre organisation des connaissances.

L'identification de savoirs mathématiques fondamentaux **par rapport à d'autres disciplines du programme** ainsi que l'identification de concepts **à portée plus large** permettent de situer les mathématiques dans le vaste monde de la connaissance, ce qui est à la fois une occasion d'ouverture d'esprit, de décloisonnement des « tiroirs » de connaissances et une source de motivation pour les élèves.

Trois pôles d'identification des concepts fondamentaux

1° Quels sont les savoirs et les savoir-faire fondamentaux **à l'intérieur même de ma discipline** (pour l'ensemble de la discipline ou à l'intérieur d'un champ d'études particulier) ? Quels sont les concepts piliers, les assises, les principes de base ?
Par exemple : en calcul, la notion de limite ; en algèbre linéaire, les notions d'indépendance linéaire et de base d'un espace.

2° Quels sont les éléments mathématiques qui se démarquent par leur **utilisation dans d'autres disciplines du programme** : soit qu'ils donnent lieu à des utilisations nombreuses et diverses ; soit qu'ils contribuent à constituer, dans une autre discipline, un savoir fondamental ?
Par exemple : le calcul de proportions (règle de trois) qui est utilisé dans des contextes nombreux et variés dans plusieurs disciplines ; les séries géométriques appliquées au calcul d'annuités qui est fondamental dans les sciences et techniques de l'administration.

3° Quelles sont les notions étudiées en mathématiques qui ont **une portée plus large**, sur le plan philosophique, culturel, personnel, ... ?
Par exemple : la notion de limite et le principe d'approximations successives ; les notions d'infini, d'infiniment grand et d'infiniment petit ; les éléments de logique formelle.

Le premier volet : l'extension

En ce qui concerne le développement intégral de la personne dans toutes ses dimensions, je ferai d'abord une mise en garde que je me suis adressée à moi-même avant de l'adresser à quiconque. Trop souvent, à mon sens, on se contente à ce sujet de déclarations si générales qu'elles définissent tout au plus des contributions potentielles d'une discipline. C'est le cas, me semble-t-il, lorsqu'on se contente de dire que les mathématiques sont formatrices de par leur nature même, qu'elles développent la rigueur, l'esprit d'analyse et de synthèse, l'habileté à résoudre des problèmes.

Certaines personnes disent que les mathématiques constituent une discipline formatrice en soi, que l'activité mathématique demande rigueur, logique, analyse, etc. et que la pratique de cette activité développe donc ces habiletés ; d'autres disent qu'il s'agit d'une discipline potentiellement formatrice et que la réalisation de cette potentialité dépend de l'approche pédagogique utilisée. À première vue ces deux opinions peuvent sembler nettement opposées. À y regarder de plus près, on constate que les personnes du premier groupe parlent des mathématiques telles qu'elles se pratiquent et que les autres parlent des mathématiques telles qu'on les enseigne. Si notre enseignement amenait les élèves à une véritable pratique des mathématiques, les tenants des deux positions énoncées arriveraient, probablement, à la même conclusion : les cours de mathématiques contribuent effectivement à la formation fondamentale. La question est de savoir si l'enseignement des mathématiques présente généralement un visage atrophié de la pratique des mathématiques : présentation d'une technique (tenant parfois de la recette), de quelques exemples et de dix ou quinze problèmes très semblables, et on recommence avec une autre technique. Selon moi, cette approche est malheureusement encore la plus répandue et ceci nous ramène à la question soulevée par les personnes du second groupe : comment devrait-on enseigner les mathématiques pour contribuer à la formation fondamentale ?

Je crois donc que, pour discuter de façon constructive de formation fondamentale, il faut dépasser les énoncés généraux; il faut aller au-delà des « évidences ». Cela me semble possible si l'on identifie des objectifs concrets et qu'on précise comment enseigner les mathématiques pour atteindre ces objectifs.

Voici donc, selon moi, des objectifs de formation fondamentale que l'enseignement des mathématiques permet d'atteindre, de même que quelques suggestions de stratégies pédagogiques.* Il s'agit d'une première tentative d'identification et d'organisation qui ne prétend ni à l'exhaustivité ni à l'infaillibilité.

* Pour des raisons d'espace, nous ne présentons ici qu'une partie des suggestions de stratégies faites par l'auteure. On peut obtenir la version originale de l'article de Cécile D'Amour en appelant au [514] 325-0150, poste 2210.

Pensée formelle et résolution de problème

Acquérir les principes de base du raisonnement logique, développer la rigueur de pensée, développer l'exigence (par rapport à soi-même et par rapport à autrui) de fonder rigoureusement toute conclusion.

Bien faire saisir la possibilité de montrer qu'un énoncé n'est pas vrai en recourant à un exemple (contre-exemple) et l'impossibilité de démontrer qu'un énoncé général est vrai en recourant uniquement à des exemples ; mettre en lumière que ceci est vrai dans tous les domaines (conséquences intéressantes sur l'atténuation des préjugés).

Faire acquérir les bases de la logique : principales formes d'énoncés, principales équivalences logiques, principales implications logiques, construction d'un raisonnement.

Expérimenter et acquérir des stratégies de résolution de problèmes, en particulier :

- résolution en cascade, par emboîtements de style poupées russes ;
  exemple : recherche d'une primitive.
- résolution par attaque indirecte quand l'attaque directe est soit trop lourde, soit impossible.
  exemple : les stratégies de recherche de zéros de polynômes ou les tests de convergence pour les séries.

Mettre en lumière la structure de résolution d'un problème donné ; faire des rapprochements, des distinctions entre divers types de problèmes.

Mettre en lumière que de telles stratégies de résolution s'appliquent à des problèmes fort divers et pas uniquement en mathématiques.

Équilibre intuition/rigueur

Développer la capacité de recourir de façon équilibrée tant à son intuition et à son imagination qu'à un raisonnement organisé et rigoureux.

Mettre en lumière l'intuition « brute » dont tout individu dispose devant un problème nouveau : donner aux élèves l'occasion de recourir à leur intuition brute en leur demandant de s'attaquer à des problèmes (relativement simples, bien entendu) pour lesquels on ne leur a pas fourni d'instruments « tout trouvés ».

Permettre aux élèves de saisir la puissance et les limites de l'intuition en les plaçant devant des problèmes qu'il leur sera possible de résoudre intuitivement et devant des problèmes où leur intuition les entraînera à se casser les dents, s'ils s'y fient aveuglément.

Mettre en lumière la consolidation progressive de l'intuition par l'expérience ; préciser que l'expérience véritable, celle qui est utile, celle qui donne de la compétence, résulte de la réflexion et du jugement critique que l'on porte sur ses actions.

Organisation de sa pensée, intégration et métacognition

Développer l'habileté à organiser ses idées et à « économiser » ses ressources cérébrales.

Inciter les élèves à organiser leurs connaissances et les informations qui sont à leur disposition, leur apprendre à structurer les éléments d'un chapitre, d'une section de matière, à repérer les liens qui existent entre ces éléments (utiliser des travaux d'équipe, des exemples de schémas organisateurs, de synthèses, etc).

Apprendre aux élèves à gérer un « coffre à outils », c'est-à-dire à connaître chacun des instruments à leur disposition pour attaquer un problème, à bien saisir les particularités de chacun, à saisir les différentes variantes du problème qui peuvent se présenter, à identifier quel instrument du coffre est approprié selon le contexte ; dans le cas où l'on doit recourir à plus d'un instrument, identifier lesquels utiliser et dans quel ordre les utiliser.

Aprendre à distinguer ce qui relève de la convention de ce qui relève de la déduction, à comprendre l'articulation convention/déduction.

Bien mettre en évidence la construction d'une portion de matière étudiée : quelles sont les définitions, les conventions d'écriture et quelles sont les conséquences qui en découlent obligatoirement, nécessairement (propriétés, théorèmes. ...).

Mettre en lumière qu'il faut connaître les conventions en vigueur pour communiquer, travailler ou intervenir dans un domaine donné ; qu'on doit se résoudre à apprendre les conventions alors qu'on a avantage à comprendre les déductions.

Développer l'habitude du dialogue intérieur sur le comment et le pourquoi du cheminement intellectuel suivi.

Demander fréquemment aux élèves (et pas seulement quand ils font erreur) d'expliciter leur cheminement, de justifier leurs étapes, les choix faits en cours de route (par écrit, en équipe, devant la classe).

Demander aux élèves de tenir un journal de bord (cahier comprenant des travaux, des commentaires de l'élève et des commentaires du professeur) leur permettant de percevoir leur propre évolution face à la matière (compréhension, compétence, confiance, persistance, rigueur, etc.).

Communication

Développer un exigence de précision du langage, un souci de clarté dans la communication.

S'attarder à bien faire comprendre le sens des termes :
• utilisés pour « parler mathématique » : définition, théorème, corollaire, propriété, etc.
• utilisés pour demander quelque chose aux élèves : calculer, effectuer, définir, etc.
• de vocabulaire spécialisé.

Mettre les élèves en situation de devoir expliquer quelques notions ou solutions à des camarades.

Mise en perspective et jugement critique

Développer une vision plus réaliste d'une discipline scientifique, d'une discipline abstraite.

Permettre aux élèves de percevoir nos hésitations, nos essais, nos angoisses, nos intuitions, nos échecs devant des problèmes mathématiques.

Mettre les connaissances enseignées dans une perspective historique.

Mettre en lumière l'existence de problèmes non résolus, de problèmes comportant plus d'une solution, de conceptions divergentes.

Réfléchir sur le langage :

• Montrer que tout choix conventionnel présente à la fois des avantages et des inconvénients.

Mettre en lumière certaines « inexactitudes » de la notation ou du vocabulaire conventionnel (ce que nous appelons des « abus de langage ») ; autrement, les élèves risquent de confondre ce que représente une expression par convention (par abus de langage) et ce qu'elle devrait représenter (ou ne peut exprimer) en toute logique, par cohérence avec ce qui a été convenu précédemment.

• Mettre en lumière l'influence du contexte sur les décisions relatives aux conventions de langage.

Faire référence au développement historique ; en particulier expliquer comment il se fait qu'il existe plus d'un terme ou d'une notation pour décrire un seul et même concept.

Développer le besoin de connaître la portée des instruments étudiés, de saisir clairement tant leur puissance que leurs limites ; de façon plus générale, développer le besoin de savoir ce qu'on sait (ou ce qu'on sait faire) et de savoir ce qu'on ne sait pas (ou ce qu'on ne sait pas faire).

Quand on étudie un instrument mathématique donné, mettre en lumière la portée de celui-ci : ce qu'il permet de faire (sa puissance) et ce qu'il ne peut pas aider à résoudre (ses limites).

Développer la capacité de porter un jugement critique sur un avis « scientifique », en particulier sur les avis fondés sur des études statistiques.

Dans les cours de statistiques, mettre l'accent sur l'interprétation et l'analyse critique de données numériques (pertinence des instruments choisis, honnêteté des conclusions etc.) ainsi que sur l'éthique à respecter quand on utilise des arguments numériques dans un débat.

Certaines attitudes d'importance cruciale

Développer chez l'élève la confiance en ses propres raisonnements, confiance basée sur la capacité à porter un jugement critique sur ceux-ci, en particulier en ce qui a trait à la pertinence, à la cohérence, à la rigueur, à la suffisance.

Éviter de fournir des solutions ou des réponses pour tous les problèmes qu'on soumet ; donner des indications pour certains d'entre eux seulement. Varier la forme des indications : réponse seule, indications sur un passage plus délicat, suggestion de lecture, etc.

Donner aux élèves l'occasion de critiquer des solutions élaborées par quelqu'un d'autre : solution d'un ou d'une camarade, solution élaborée par l'enseignant (solution fautive ou solution correcte mais mal exprimée) ; les amener à critiquer leurs solutions du même regard «extérieur » qu'ils ont posé sur les travaux des autres.

Apprendre à persister dans l'activité réflexive même si le brouillard tarde à se lever, dans l'activité investigatrice même si l'inspiration se fait attendre, dans l'apprentissage même si le sentiment de compétence n'est pas immédiat.

Dans l'activité de résolution de problème, de rédaction: mettre en lumière la nécessité de la réflexion ; parler de l'impression de piétinement qui peut se faire sentir, même pour des personnes tout à fait compétentes dans le domaine ; indiquer l'utilité des fausses pistes.
Mettre en lumière l'intérêt du travail d'équipe, de la collaboration, dans l'accomplissement de toute tâche d'envergure ou de difficulté prononcée.

Conclusion

Bien qu'ayant été examinés séparément, les deux volets de la formation fondamentale sont en interaction constante : c'est à travers l'étude approfondie de contenus disciplinaires que se développent les habiletés et attitudes dont on poursuit l'acquisition dans le volet extension et, à l'inverse, les attitudes et habiletés favorisant le travail intellectuel servent l'étude de tout contenu disciplinaire.

On conçoit bien que le choix des contenus à enseigner est crucial pour ce qui est de l'acquisition du bagage de connaissances nécessaires à la compétence dans un domaine donné : que doit-on apprendre ? Qu'est-ce qui est fondamental dans une perspective d'évolution professionnelle ? Il est également important de bien peser le choix des contenus pour une autre raison : on peut penser que, du point de vue du développement d'habiletés et d'attitudes, le choix des contenus à enseigner n'est pas indifférent et que certains contenus sont plus propices que d'autres à l'atteinte des objectifs visés.

En répondant à la question posée, j'ai voulu identifier comment des cours de mathématiques pouvaient contribuer à la formation fondamentale. Je n'ai pas cherché à cerner en quoi cette contribution était particulière aux mathématiques, ni dans quelle mesure elle recoupait la contribution d'autres disciplines. Je considère pourtant que les mathématiques ont une contribution spécifique à apporter à la formation de nos élèves, que cette contribution n'est intrinsèque à aucune autre discipline et qu'elle va directement dans le sens de ce qu'on appelle formation fondamentale : il s'agit de développer la capacité d'interroger toutes ces données quantitatives dont nous sommes bombardés quotidiennement, depuis le PNB, l'indice Dow Jones ou l'échelle de Ritcher jusqu'à la preuve statistique de l'absence de danger des centrales nucléaires ou de la consommation de sucre, en passant par la démonstration, chiffres à l'appui, de la moindre capacité des femmes en mathématiques, démonstration dont on a prouvé la fausseté mais qui a laissé des séquelles.

Référence

1. *Édition commentée du Règlement sur le régime pédagogique du collégial*, Québec, Gouvernement du Québec, 1985, p. 7.